**Ημερομηνία: 09/02/19**

**Τμήμα: Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**Καθηγητής : ΚΑΡΛΗΣ Δ.**

**Ονοματεπώνυμο μαθητή:**



**ΘΕΜΑ Α**

**Α1**. Έστω μια συνάρτηση f, η οποία είναι ορισμένη σε ένα κλειστό διάστημα . Αν

* Η f είναι συνεχής στο  και
* 

να αποδείξετε ότι για κάθε αριθμό η μεταξύ των  και υπάρχει ένας, τουλάχιστον  τέτοιος, ώστε:



**Μονάδες 8**

**Α2.** Πότε μια συνάρτηση  λέγεται συνάρτηση 1-1 ;

**Μονάδες 4**

**Α3.**  Σ – Λ

**Μονάδες 2**

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

**Μονάδες 3**

**Α4.** Προτάσεις Α (αληθείς) ή Ψ (ψευδείς)

α) Η f είναι συνεχής στο  και  και  τότε υπάρχει  τέτοιος, ώστε  Α – Ψ

β) Η εικόνα  ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς συνάρτησης f είναι διάστημα Α – Ψ

γ) Αν  , τότε  εκφράζει το εμβαδόν ενός ορθογωνίου με βάση β-α και ύψος c. Α – Ψ

δ) Έστω  για κάθε 

τότε η f είναι σταθερή στο  Α - Ψ

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Β**

Έστω και 

**Β1**. Να βρεθούν οι  και

**Μονάδες 6**

**Β2**. Δείξτε ότι η f αντιστρέφεται, να βρείτε το πεδίο ορισμού της  καθώς και τον τύπο της.

**Μονάδες 9**

**Β3.** Δείξτε ότι η εξίσωση  έχει μια τουλάχιστον ρίζα.

**Μονάδες 5**

**Β4**. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη  , τον  και τις ευθείες  και 

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Η συνάρτηση  είναι παραγωγίσιμη και για κάθε  ισχύει : 

**Γ1**. Να αποδείξετε ότι υπάρχει σταθερά  τέτοια, ώστε



**Μονάδες 3**

Έστω επιπλέον ότι 

**Γ2**. Να βρεθεί η σταθερά c και να δείξετε ότι 

**Μονάδες 6**

**Γ3**. Να αποδείξετε ότι η f δεν έχει ακρότατα και ότι είναι κυρτή στο R.

**Μονάδες 6**

**Γ4**. Να λυθεί η ανίσωση

 με 

**Μονάδες 5**

**Γ5.** Να αποδείξετε ότι 

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ**

Οι συναρτήσεις  είναι παραγωγίσιμες και ισχύουν :

**α)** 

**β)**  για κάθε 

Αν στο  εφαρμόσουμε τον κανόνα του ορίου πηλίκου, παρουσιάζεται απροσδιόριστα της μορφής  , τότε:

**Δ1**. Να βρείτε τις ασύμπτωτες των  στο 

**Μονάδες 6**

**Δ2**. Να υπολογίσετε το όριο 

**Μονάδες 6**

**Δ3**. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση g έχει μια το πολύ ρίζα στο R

**Μονάδες 6**

**Δ4**. Να δείξετε ότι 

**Μονάδες 7**